

Il personaggio: Platone.



Dettaglio dell'opera "La scuola di Atene" di Raffaello (affresco realizzato tra il 1508 e il 1511 su commissione di Papa Giulio II nei Palazzi Vaticani). Platone punta l'indice della mano destra verso l'alto, quasi ad indicare l'esistenza di un "luogo" al di sopra del cielo, al di sopra dell'universo, al di là delle cose che percepiamo con i nostri sensi. In questo *Iperuranio* (letteralmente, appunto, luogo sopra il cosmo fisico) stanno, per Platone, le *Idee*, che possono essere colte solo con l'intelligenza. Le Idee sono forme universali, necessarie ed eterne, di cui le cose che compaiono nel mondo empirico (particolari, contingenti, transitorie), sono solo una copia.

Uno dei più grandi filosofi di tutti i tempi, Platone, è stato consegnato alla storia non con il suo vero nome (che era Aristocle) ma con un soprannome – Platone, appunto – che gli era stato affibbiato, forse per il suo aspetto fisico vigoroso (sembra avesse delle ampie spalle da lottatore), forse per la sua fronte vasta, forse per l'ampiezza del suo stile: *platos* infatti in greco significa "estensione".

Platone nacque ad Atene nel 427 a.C. e sembrava, nella sua prima giovinezza, che fosse destinato ad occuparsi di politica, forse anche perché aveva parenti che si erano dedicati a questa attività (Codro, l'ultimo re di Atene, era un antenato di suo padre, mentre sua madre era imparentata con Solone, l'arconte che aveva promosso una nuova costituzione per la città). Probabilmente è proprio per meglio prepararsi alla vita politica che Platone iniziò, attorno ai vent'anni, a frequentare Socrate, uno dei più grandi filosofi di tutti i tempi, che teneva il suo insegnamento nei luoghi pubblici, esercitando un fascino grandissimo sui giovani, ma anche procurandosi notevoli nemici. Furono proprio i nemici politici di Socrate a condannarlo a morte nel 399 a.C. e questo fatto segnò profondamente il pensiero e la vita del giovane Platone che si allontanò dalla politica attiva per dedicarsi invece allo studio e alla ricerca della conoscenza. Egli si recò in Italia dove ebbe contatti con le comunità dei Pitagorici e, al suo ritorno, fondò ad Atene l'Accademia, una

scuola che prendeva nome dall'eroe Accademo, al quale era dedicato il parco nel quale si tenevano le lezioni. Lo scopo di questa scuola era quello di formare uomini nuovi, capaci di dedicarsi allo Stato, al bene di tutti, diversamente da quanto Platone aveva visto fare da tanti suoi contemporanei. Dopo altri due viaggi in Sicilia, Platone tornò definitivamente ad Atene nel 360 a.C. e vi rimase a dirigere l'Accademia fino alla morte, avvenuta nel 347 a.C.

Un passo della *Repubblica*

Platone non era un matematico, eppure sulla porta della sua Accademia pare che abbia fatto scrivere questa frase: "Non entri chi non sa la geometria". Per Platone, infatti, la matematica è il primo gradino della conoscenza del mondo non-sensibile, quel mondo fatto non di oggetti, bensì di idee e concetti. La matematica insegna all'aspirante filosofo la necessità di svincolare il pensiero dal mondo fisico, per continuare la propria ricerca sulla natura di qualità assolute, come l'uguaglianza, il bene, la bellezza... In molti dei Dialoghi di Platone (tutti gli scritti che ha lasciato appartengono a questo genere letterario) emerge questo modo di vedere la matematica. Per esempio, nella *Repubblica* egli scrive:

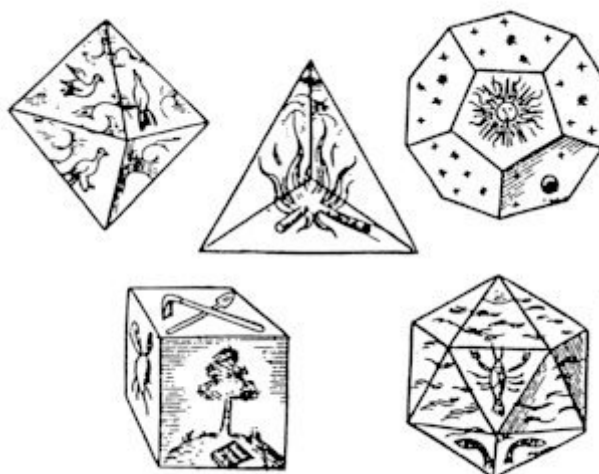
«essi [i matematici] si servono di figure visibili e ragionano su esse, ma non pensando ad esse, bensì a ciò di cui esse sono le immagini, ragionando sul quadrato in sé e sulla diagonale in sé, e non su quella che disegnano. Lo stesso si dica per tutte le figure che essi modellano e disegnano, di cui si servono come immagini (a guisa di ombre e di immagini riflesse nelle acque), cercando di vedere i veri enti, che non si possono vedere se non col pensiero.»

Un passo del *Timeo*

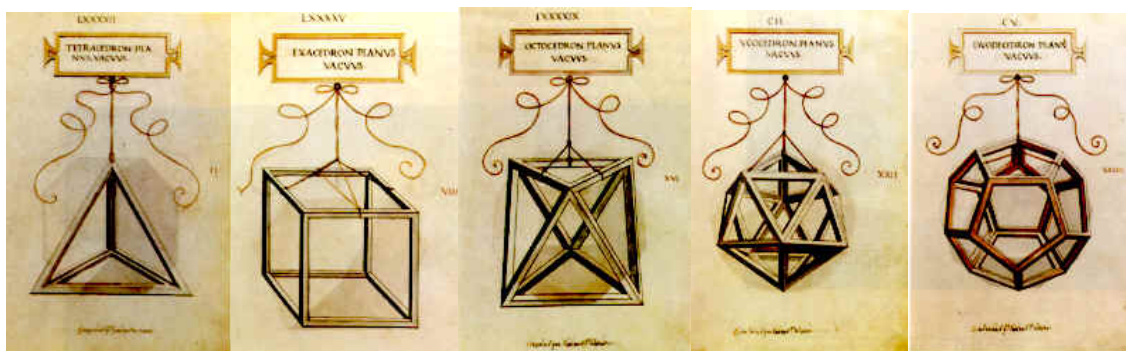
Il *Timeo*, un altro dialogo di Platone, è un vero e proprio trattato di argomento cosmologico, cioè che cerca di descrivere la struttura fondamentale del mondo e la sua origine. Per Platone nel mondo vi sono quattro elementi fondamentali: aria, acqua, terra e fuoco. Ciascuno di questi elementi è costituito da particelle aventi la forma di uno dei cinque poliedri regolari, i quali proprio per questo vennero da allora denominati come *solidi platonici* o anche *figure cosmiche*: le particelle della terra a forma di cubo o esaedro, quelle dell'acqua a forma di icosaedro, dell'aria a forma di ottaedro, del fuoco a forma di tetraedro; la totalità dell'universo era rappresentata dal dodecaedro, avente funzione ornamentale. La configurazione dell'universo era quella sferica, in quanto ritenuta la più perfetta e inclusiva di tutte le altre forme geometriche.

«Quando dio prese ad ordinare l'universo, da principio il fuoco e l'acqua e la terra e l'aria erano in quello stato in cui si trova ogni cosa dalla quale dio è assente. Dio li compose nel modo più bello e più buono che potesse, mentre prima non era così. Che fuoco e terra e acqua e aria siano corpi è chiaro ad ognuno. Ora bisogna capire quali siano le quattro più armoniose figure geometriche, i corpi insigni per bellezza, che furono di modello a dio nella sua composizione. Se lo scopriremo avremo la verità intorno all'origine della terra e del fuoco e dell'aria e dell'acqua e potremo dire di avere capito la loro natura. [...] Assegniamo alla terra la forma cubica: infatti fra i quattro generi la terra è il più immobile e il più plastico dei corpi: ed è assolutamente necessario che sia risultato così quello che ha ricevuto le basi più solide. [...] All'acqua attribuiremo invece la forma meno mobile fra le rimanenti, quella più mobile al fuoco, quella intermedia all'aria; e il corpo più piccolo al fuoco, il più grande all'acqua, quello intermedio all'aria; e il più acuto al fuoco, il successivo all'aria e il terzo all'acqua. [...] Tutte queste forme occorre pensarle così piccole da risultare invisibili a noi, ognuna di esse in ciascun genere, a causa della loro esiguità; quando invece se ne aggregano molte, la loro massa risulta visibile.»

Questa immagine è tratta dal libro *Harmonices Mundi*, scritto da Joannes Kepler nel 1619. In essa puoi vedere i cinque poliedri regolari, associati ancora secondo la cosmologia platonica: il cubo alla terra; il tetraedro al fuoco; l'ottaedro all'aria; l'icosaedro all'acqua; il dodecaedro all'universo intero.



Ti sarai accorto che il brano citato dal *Timeo* non potrebbe essere pubblicato su un odierno libro di geometria: in esso mito e filosofia si mescolano alla geometria in un modo a cui non siamo più abituati. Nel pensiero degli antichi la matematica (ed in particolare la geometria) era parte integrante delle altre discipline, e – in particolare – figure geometriche come i poliedri regolari affascinarono numerosi studiosi per le loro caratteristiche e la loro bellezza. Ad esempio, Piero della Francesca nel XV sec. d.C. scriverà il *Libellus de quinque corporibus regularibus*, e Luca Pacioli ne darà nel 1509 una versione in volgare nel *De divina Proportione*, commissionando 60 tavole a Leonardo da Vinci: riportiamo qui di seguito quelle raffiguranti proprio i cinque poliedri regolari.



Un passo del *Menone*

In un altro dialogo, il *Menone*, Platone vuole sostenere che quando impariamo non è tanto perché qualcuno ci insegna delle cose o ci dà delle risposte, quanto perché troviamo già dentro di noi le risposte alle domande che i nostri maestri ci fanno, attraverso un processo che egli chiama "reminiscienza" (che significa "ricordo"). A tal fine Platone inserisce un dialogo tra Socrate, Menone e un servo: Socrate vuol dimostrare a Menone la teoria della reminiscenza; per questo chiama a sé un servo, completamente ignorante di geometria, e mostra a Menone che anche quel servo è in grado di risolvere il problema della duplicazione del quadrato.

Non è certo casuale il fatto che Platone scelga proprio un esempio tratto dalla geometria. Tu saresti in grado di rispondere alle domande di Socrate? Prova a farlo per conto tuo, poi... leggi la soluzione!

- Socrate* [traccia un quadrato – vedi Figura 1]
Dimmi, ragazzo, riconosci in questo uno spazio quadrato?
- Servo* Sì.
- Socrate* E sai che uno spazio quadrato ha uguali tutte queste linee, che sono in numero di quattro?
- Servo* Senza dubbio.
- Socrate* E che uguali sono anche queste linee che lo intersecano nel mezzo?
- Servo* Sì.
- Socrate* E non può essere simile spazio maggiore o minore?
- Servo* Certo!
- Socrate* Ammesso che un lato sia di due piedi e di due anche il lato adiacente, quanti piedi sarebbe l'intero? Vedi un po': se un lato fosse di due piedi e quest'altro di uno solo, non è vero che lo spazio sarebbe di una volta due piedi?
- Servo* Sì.
- Socrate* Ma siccome è due volte anche da questa parte, non risulta di due volte due?
- Servo* Risulta di due volte due.
- Socrate* Quanto fa due volte due piedi? Calcola e dimmi il risultato.
- Servo* Quattro, Socrate.
- Socrate* E potrebbe esservi uno spazio doppio di questo, ma simile a questo, avnte tutti e quattro i lati uguali?
- Servo* Sì.

- Socrate** E di quanti piedi sarà?
- Servo** Otto.
- Socrate** Su via, allora, prova a dirmi quanto sia lungo ciascun lato. Se in questo il lato è di due piedi, quanto sarà il lato di quello doppio?
- Servo** Evidentemente il doppio, Socrate.
- Socrate** Vedi, Menone, che non gli insegno nulla, ma su tutto pongo solo domande! Egli crede ora di sapere quale sia la lunghezza del lato di un quadrato di otto piedi. Non ti pare?
- Menone** Sì.
- Socrate** E lo sa davvero?
- Menone** Evidentemente no!
- Socrate** Crede, appunto, che questo lato sia il doppio del precedente?
- Menone** Sì.
- Socrate** Sta a vedere com'egli via via rammenti esattamente come si deve. [rivolto al servo] E tu, dimmi: affermi che un lato doppio dia luogo ad una superficie due volte più grande? E mi spiego: non parlo di una superficie che sia più lunga da una parte, breve dall'altra, ma di una superficie come questa, uguale da tutte le parti, solo che doppia, e cioè di otto piedi. Vedi un po' se ancora ti sembra che debba avere il lato doppio.
- Servo** Secondo me sì.
- Socrate** Questo lato non diverrà doppio se, prolungandolo, ve ne aggiungiamo uno di eguale grandezza?
- Servo** Senza dubbio.
- Socrate** E dici che su questa nuova linea si costruirà una superficie di otto piedi, se tracciamo quattro linee uguali?
- Servo** Sì.
- Socrate** Disegnamo, quindi, quattro linee uguali a questa. È questa, no?, la superficie che sostieni esser di otto piedi [indica il quadrato AILM – vedi Figura 2]
- Servo** Esattamente.
- Socrate** Ma in tale superficie non entrano quattro quadrati uguali al primo, che è di quattro piedi?
- Servo** Sì.
- Socrate** E quanto è? Non è quattro volte tanto?
- Servo** Come no?
- Socrate** Ma ciò che è quattro volte più grande di un altro, è forse il doppio?
- Menone** No, per Zeus!
- Socrate** Quante volte, allora, è più grande?
- Servo** Il quadruplo.
- Socrate** Raddoppiando, dunque, il lato, non ottieni, ragazzo mio, una superficie doppia, ma quadrupla.
- Servo** È vero!
- Socrate** E quattro per quattro fa sedici. No?
- Servo** Sì!
- Socrate** Con quale linea otterremo, dunque, una superficie di otto piedi? Non otteniamo da questa linea [mostra il segmento AI] una superficie quadrupla rispetto alla prima?
- Servo** Dico di sì.
- Socrate** E dalla metà di questa linea si ottiene una superficie di quattro piedi?
- Servo** Sì.

- Socrate** E sia! La superficie di otto piedi non è, dunque, doppia rispetto a quella di quattro e la metà di quella di sedici?
- Servo** Sì.
- Socrate** Non si verrà, dunque, costituendo tale spazio con una linea minore di *questa* [mostra il segmento *AI*], e maggiore di quella [mostra il segmento *AB*]? O no?
- Servo** A me par di sì.
- Socrate** E va bene, rispondi sempre come sembra a te! Dimmi: questa linea [mostra il segmento *AB*] non era di due piedi e quest'altra [mostra la linea *AI*] di quattro?
- Servo** Sì.
- Socrate** Ma allora il lato di una superficie di otto piedi deve essere maggiore di quello di una superficie di due piedi e minore di quello di una di quattro.
- Servo** Necessariamente.
- Socrate** Cerca, dunque, di dirmi che lunghezza deve avere.
- Servo** Tre piedi.
- Socrate** Se dev'essere di tre piedi dobbiamo aggiungere a questa linea [mostra il segmento *AB*] la metà di essa [mostra il segmento *BP*] per cui sarà, appunto, di tre piedi [mostra il segmento *AP*]; la prima linea [mostra il segmento *AB*] è, infatti, di due piedi e quest'altra [mostra il segmento *BP*] di uno. E così, da quest'altra parte, abbiamo una linea di due piedi [mostra il segmento *PQ*] e una di un piede [mostra il segmento *QR*]. In tal modo si forma lo spazio quadrato di cui parli.
- Servo** Sì.
- Socrate** Ma se questo lato è di tre piedi e di tre piedi è quest'altro lato, l'intero spazio [mostra il quadrato *APRS*] non sarà tre volte tre piedi?
- Servo** Sembra.
- Socrate** E tre volte tre piedi quanto fa?
- Servo** Nove.
- Socrate** Ma perché la superficie fosse il doppio della prima, di quanti piedi doveva essere?
- Servo** Di otto.
- Socrate** Da una di tre piedi non può dunque costruirsi un quadrato la cui superficie sia di otto piedi.
- Servo** No, certo!
- Socrate** Da quale linea allora? Cerca di rispondermi con precisione: e se non vuoi fare il calcolo numerico, indicacela!
- Servo** Per Zeus, Socrate, non lo so davvero!
- Socrate** i rendi conto, Menone, di quanto cammino egli abbia già fatto sulla via della reminiscenza? Dapprima non sapeva quale fosse il lato di un quadrato la cui superficie sia di otto piedi; neppure ora lo sa, ma prima credeva di saperlo e rispondeva con quella sicurezza propria di chi sa, né ombra di dubbio lo sfiorava; ora è dubbioso e, non sapendo, neppure crede di sapere.
- Menone** È vero!
- Socrate** Non si trova, dunque, adesso in una condizione migliore rispetto a ciò che ignorava?
- Menone** Sembra anche a me!
- Socrate** Facendolo dubitare, intorpidendolo, come fa la torpedine, lo abbiamo forse danneggiato?
- Menone** Non mi pare.

Socrate Anzi, l'abbiamo non poco aiutato, sembra, a trovare la via della verità. E ora, proprio perché non sa, ricercherà con piacere; prima, invece, con tutta facilità avrebbe spesso, e di fronte a molti, sostenuto che per raddoppiare un quadrato si deve raddoppiare il lato.

Menone È probabile.

Socrate Credi allora che si sarebbe messo a cercare e ad apprendere quel che pensava di sapere, pur non sapendolo, se prima non cadeva in dubbio, e se, rendendosi conto di non sapere, non fosse stato punto dal desiderio di sapere?

Menone Non mi sembra, Socrate.

Socrate Gli ha, dunque, giovato il suo intorpidimento?

Menone Mi pare.

Socrate Osserva ora come egli, con l'aiuto di questo suo dubbio, cercando insieme a me, riuscirà a trovare, mentre io non faccio altro che interrogare senza insegnargli nulla. Sta comunque attento se per caso mi dovessi cogliere a insegnargli o a spiegargli qualcosa, invece di fargli esprimere mediante le mie domande il suo proprio pensiero!

[*Rivolto al servo*] E ora dimmi: non è questo uno spazio di quattro piedi [*Mostra il quadrato ABCD*]? Comprendi?

Servo Sì.

Socrate Possiamo aggiungervene un altro uguale [*mostra il quadrato BINC*]?

Servo Sì.

Socrate E ancora un terzo [*mostra il quadrato CNLO*], uguale a ciascuno degli altri due?

Servo Sì.

Socrate E riempire quest'angolo che resta vuoto [*mostra il quadrato DCOM*]?

Servo Certo!

Socrate Non avremo così quattro superfici quadrate uguali?

Servo Sì.

Socrate Ebbene, quante volte, presi tutti insieme [*mostra il quadrato AILM*], i quattro quadrati sono più grandi di ciascuno di essi?

Servo Quattro volte.

Socrate A noi però serviva una superficie doppia: ricordi no?

Servo Certamente.

Socrate E questa linea che tracciamo da un angolo all'altro di ciascun quadrato, non li taglia in due parti uguali?

Servo Sì.

Socrate E non sono forse, queste, quattro linee uguali che circoscrivono questa superficie?

Servo Lo sono.

Socrate Guarda un po': qual è la dimensione di questa superficie?

Servo Non capisco.

Socrate Ciascuna delle quattro linee non taglia in due parti uguali ciascuno dei quattro quadrati? O no?

Servo Sì.

Socrate E quante di queste metà vi sono all'interno di questo quadrato? [*mostra il quadrato BDON – vedi Figura 3*]?

Servo Quattro.

Socrate E in quest'altro quadrato [*mostra il quadrato ABCD*]?

- Servo Due.
 Socrate E cosa è il quattro in rapporto al due?
 Servo Il doppio.
 Socrate Quanti sono, dunque, i piedi di questo quadrato [*mostra il quadrato BDON*]?
 Servo Otto.
 Socrate E su quale linea è costruito?
 Servo Su questa [*mostra il segmento BD*].
 Socrate Cioè su quella che va dall'uno all'altro angolo del quadrato di quattro piedi [*mostra il quadrato ABCD*]?
 Servo Sì.
 Socrate Codesta linea i sofisti la chiamano diametro. E, se tale è il suo nome, diremo, o servitorello di Menone, che, come tu sostieni, è sulla diagonale che si costruisce la superficie doppia.
 Servo Esattamente, Socrate.

Figura 1:

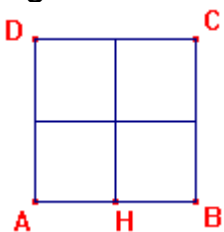


Figura 2:

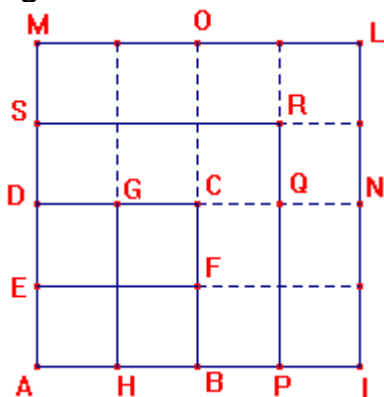


Figura 3:

