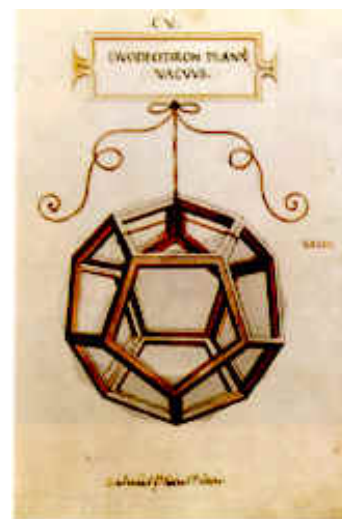
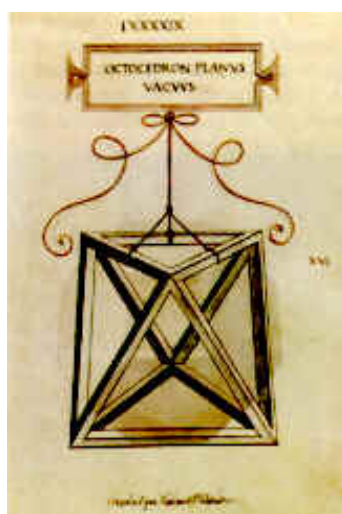
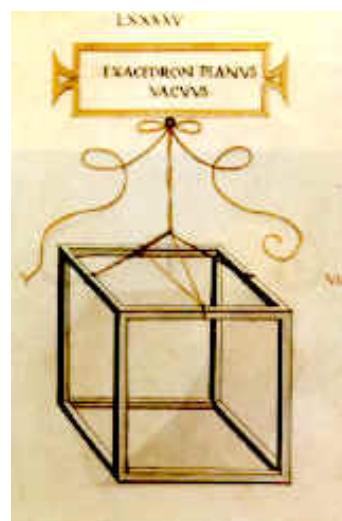
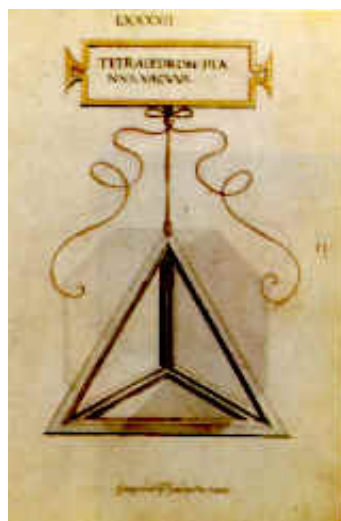


Scuola media statale "Giorgio La Pira" di Sarezzo

Relazione sulle esperienze e le attività svolte nella classe III E

ALLA SCOPERTA DEI POLIEDRI REGOLARI



TUTOR:

Prof.ssa Francesca Bossini

DOCENTE NEO-IMMESSA IN RUOLO:

prof.ssa Sofia Sabatti

«Per spiegare come la matematica dovrebbe essere imparata
ho scelto da tempo l'espressione "reinvenzione guidata".

[...]

Nessun individuo deve ripercorrere tutta la gerarchia concettuale di conoscenze e di abilità
che sono state costruite e sono cresciute con il continuo scambio di forma e di contenuto.

Ma perché non vogliamo dare alla gente
la possibilità di aspirare ad arrampicarsi sulle alture
e ad immergersi in profondità,
fino a dove sono capaci di arrivare?

[...]

Le conoscenze e le abilità, quando sono acquisite con l'attività personale,
si dimenticano meno facilmente
e vengono utilizzate con maggiore facilità e prontezza
di quelle che sono state imposte dagli altri.

In secondo luogo, la scoperta può dare soddisfazione,
e quindi l'imparare con la reinvenzione
può essere fondato sulle motivazioni personali.

In terzo luogo questo atteggiamento incoraggia
l'attività di sperimentare la matematica come una attività umana.

[...]

Guidare la reinvenzione significa trovare un delicato equilibrio
tra la libertà dell'inventare e la forza del guidare,
tra il permettere al discente di divertirsi e il chiedergli di compiacere al docente.
Inoltre la libertà di scelta del discente è sempre limitata dal "re" di "reinvenzione".

Il discente deve inventare qualcosa che per lui è nuovo,
ma che è ben conosciuto da chi guida.»¹

¹ Hans Freudenthal, *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Traduzione italiana, introduzione e cura di Carlo Felice Manara: *Ripensando l'educazione matematica. Lezioni tenute in Cina*, Brescia, La Scuola, 1994, pagg. 72 e segg.]

Indice

Introduzione	4
1. Costruzione di solidi	8
2. Osservazione dei solidi	9
3. Riflessioni e descrizione guidata di alcuni poliedri	10
4. "Abracadabra": il tetraedro e il cubo	11
5. Verifica	13
6. I poliedri regolari	17
7. Quanti colori per colorare un poliedro?	19
8. La diagonale del cubo	20

Introduzione

Situazione della classe

La classe, all'inizio dell'anno, mi risultava essenzialmente nuova. Avevo sì conosciuto gli alunni (tranne Marco Amadei) all'inizio della prima, durante una supplenza durata da ottobre a gennaio, ma mi è parso subito evidente che molti fossero stati i cambiamenti sia nei singoli alunni che nelle dinamiche del gruppo classe. In questa situazione era necessario, a mio parere, innanzitutto farmi accettare in modo positivo all'interno di un gruppo ormai già da tempo costituitosi; in secondo luogo era indispensabile far sì che i ragazzi si mettessero in gioco, dandomi modo di comprendere le loro conoscenze e le loro abilità, ma soprattutto i processi mentali a loro più consoni, i linguaggi a loro più accessibili, le strategie cognitive da loro più spontaneamente messe in atto.

Ad ogni modo dai colleghi che avevano insegnato sulla classe nell'anno precedente, essa è stata presentata come una classe vivace, con qualche problema disciplinare, con la presenza di alcuni ragazzi molto brillanti, altri con alcune spiccate difficoltà cognitive e molti dotati di buone potenzialità.

Scelta di un modello didattico

Ho ritenuto che in tale situazione potesse essere utile prendere spunto, nel programmare l'attività didattica, dal modello della scoperta, che vede nell'interdipendenza tra il pensiero e l'azione uno dei suoi punti di forza.

In quanto metodo attivo, esso è accattivante e innalza la motivazione dei ragazzi all'apprendimento; per questo consente di instaurare un rapporto non conflittuale tra insegnante ed alunni. In quanto metodo riflessivo, esso consente di cogliere i processi mentali degli alunni in modo abbastanza immediato.

Scelta del contenuto

L'argomento da me scelto per essere trattato nella prima parte dell'anno è stata l'introduzione alla geometria solida e, in particolare, ai poliedri regolari. Di pari passo, in altre lezioni e utilizzando una metodologia diversa, probabilmente meno coinvolgente ed accattivante ma certo più economica in termini di spese di tempo ed energie, ho portato avanti l'introduzione all'algebra; in questo modo i ragazzi si sono trovati facilitati quando, in un secondo momento, hanno avuto a che fare con le tante formule per il calcolo delle aree e dei volumi di alcuni

solidi particolari. Inoltre hanno avuto modo di toccare con mano come la geometria non sia solo un insieme di formule da ricordare a memoria per fare dei calcoli, bensì anche una disciplina atta a descrivere una realtà spesso molto bella e a scoprirne alcune proprietà spesso nascoste.

Tempi

Le attività che vengono di seguito descritte sono state proposte nella classe III E durante il primo quadrimestre dell'anno scolastico 2001 - 2002. La maggior parte delle attività si è svolta in classe, alla presenza dell'insegnante, il sabato mattina dalle ore 8:00 alle ore 10:00. È significativo il fatto che si avessero a disposizione due ore consecutive: senza questa possibilità molti dei lavori fatti dai ragazzi non avrebbero potuto essere portati a termine o le riflessioni conclusive non avrebbero potuto essere svolte con la calma necessaria. Significativo credo sia anche il fatto che le ore fossero sì nell'ultimo giorno della settimana, ma anche nelle prime ore della giornata: direi che il livello di attenzione dei ragazzi, rispetto alla loro norma, era medio-alto. Alcune attività (poche, per la verità) sono state svolte a casa, singolarmente da ciascun alunno; tutti i compiti affidati sono stati poi ripresi in classe, condivisi tra gli alunni stessi e con l'insegnante, prima di trarne delle conclusioni comuni.

Alcune caratteristiche del modello della scoperta

Prima di proseguire con la descrizione delle attività proposte ai ragazzi, ritengo opportuno chiarire (attraverso alcune citazioni brevi ma significative) le caratteristiche del modello didattico della scoperta in base alle quali è stato da me scelto nella situazione e con le finalità sopra descritte.

Mi sembra inoltre opportuno specificare che, comunque, non credo che per imparare la matematica si possa far riferimento solo ed esclusivamente al modello della scoperta, o almeno non nella sua concezione più "integralista". Mi sento più vicina alla concezione di Freudenthal, per il quale l'apprendimento della matematica deve essere una *reinvenzione guidata*: nel prefisso "re" e nell'aggettivo "guidata" ci sta tutta una gamma di interventi da parte dell'insegnante (che sceglie, accompagna, chiede, suggerisce...) che forse mancano nel modello della scoperta tout court.

Centralità del ragazzo rispetto all'insegnante e al contenuto

«Io posso compendiare così il mio pensiero: il centro di gravità è fuori dal fanciullo. Esso è nel maestro, nel libro scolastico, in quel che volete o dove

volete, eccetto che nell'attività immediata del ragazzo. [...] Ora con l'educazione nuova si sta verificando lo spostamento del centro di gravità. È un cambiamento, una rivoluzione, non diversa da quella provocata da Copernico, quando spostò il centro dell'astronomia dalla Terra al Sole. Nel nostro caso il fanciullo diventa il Sole intorno al quale girano gli strumenti dell'educazione. Esso è il centro intorno al quale essi si sono organizzati.»²

Attivismo pedagogico

«Il pensiero che non è connesso con un aumento di efficienza per l'azione [...] è un pensiero che lascia a desiderare in quanto tale. E l'abilità ottenuta al di fuori del pensiero non è connessa con alcun senso degli scopi per i quali deve essere adoperata. Per conseguenza essa lascia l'uomo alla mercé delle abitudini che ha contratto, e del controllo autoritario di altri, che fanno quel che fanno e che non sono particolarmente scrupolosi sui mezzi che adoperano per riuscire. E l'informazione separata dall'azione riflessiva è cosa morta, un peso inutile sulla mente.»³

Ricostruzione della conoscenza

«La scoperta, sia essa di uno scolaro che apprende per conto suo, o di uno scienziato che estende i limiti del suo campo di ricerche, è sempre un'operazione di riordinamento o di trasformazione di fatti evidenti, che permette di procedere al di là di quei fatti verso una nuova intuizione.»⁴

Importanza della motivazione e della gratificazione

«Quando lo studente sa accostarsi all'apprendimento come se avesse il compito di scoprire qualcosa piuttosto che recepirlo, allora sarà propenso a lavorare con autonomia, stimolato dalla sola auto-remunerazione o, più propriamente, da quella ricompensa che risiede nella scoperta stessa. [...] Lo studente è in grado di sperimentare i successi e i fallimenti non come ricompensa e punizione, ma come nuove informazioni. Poiché quando il compito è qualcosa di personale, invece di essere un imposto confronto con le domande ambientali, lo studente diventa "ufficiale pagatore di sé stesso", in un certo senso. Cercando di ottenere

² John Dewey, *Scuola e società*, Firenze, La Nuova Italia, 1949, pagg. 26 e seg.

³ John Dewey, *Democrazia ed educazione*, Firenze, La Nuova Italia, 1949, pagg. 204 e seg.

⁴ Jerome S. Bruner, *Il conoscere*, Roma, Armando, 1968, pag. 115

il controllo sopra il proprio ambiente, egli, ora, può considerare il successo come una "indicazione": come indicazione di essere sul sentiero giusto - mentre il fallimento indica che egli si trova su quello sbagliato.»⁵

⁵ Jerome S. Bruner, *Il conoscere*, Roma, Armando, 1968, pagg.122 e segg.

1. Costruzione di solidi



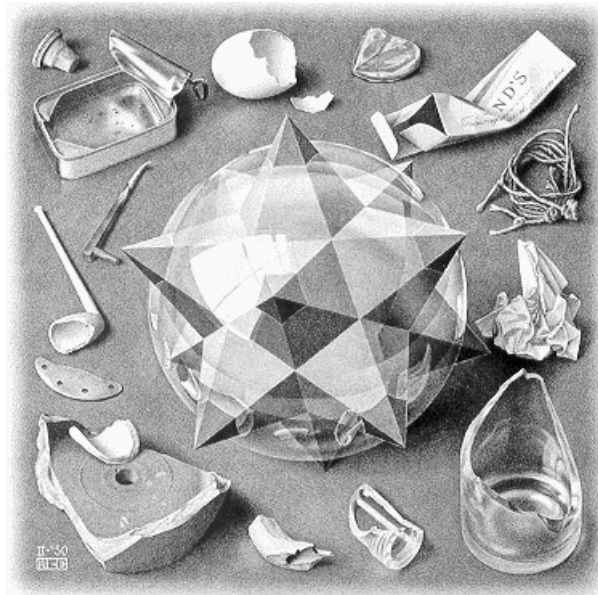
A partire dal loro sviluppo piano, stampato su cartoncino dall'insegnante o direttamente preso dal testo *M.C. Escher Caleidocicli* di Doris Schattschneider e Wallace Walker (edito da Evergreen), ciascun alunno ha costruito due o più tra i seguenti solidi:

- poliedri regolari (tetraedro, cubo, ottaedro, dodecaedro e icosaedro)
- poliedri stellati (grande dodecaedro stellato)
- caleidocicli (caleidociclo ritorto, caleidociclo esagonale, caleidociclo quadrato)
- altri poliedri (solido simile ad un pallone di calcio, solido simile ad un ufo, cubottaedro).

Per svolgere queste attività i ragazzi dovevano avere a disposizione compasso, forbici e colla.

Il lavoro di costruzione dei solidi è avvenuto senza che questi venissero chiamati per nome (se i ragazzi ne avevano bisogno, potevano riferirsi ad essi come meglio credevano), ma già cercando di osservare alcune caratteristiche ed in particolare alcune analogie e differenze tra i diversi solidi che si andavano via via formando nelle mani dei ragazzi.

2. Osservazione dei solidi



Una volta costruiti i solidi sopra elencati, li si sono accostati tra loro (sempre per coglierne analogie e differenze) e ad altri solidi, fatti di plastica o di legno, in dotazione alla scuola. Si sono potuti dunque osservare, oltre a

- poliedri regolari (tetraedro, cubo, ottaedro, dodecaedro e icosaedro)
- poliedri stellati (grande dodecaedro stellato)
- caleidocicli (caleidociclo ritorto, caleidociclo esagonale, caleidociclo quadrato)
- altri poliedri (solido simile ad un pallone di calcio, solido simile ad un ufo, cubottaedro).

anche

- piramidi (rette e non rette)
- prismi (retti a base regolare e non retti)
- solidi di rotazione (sfera, cilindro, cono).

L'osservazione fatta direttamente sui modelli ci ha permesso di intenderci (senza ricorrere a definizioni formali e pesanti) su alcuni termini, che sono così diventati, per noi, i termini primitivi della geometria solida: volume, area della superficie esterna, spigolo, vertice, faccia, angolo diedro, angolo solido. Confrontando i solidi prodotti dai diversi alunni, siamo giunti ad una primitiva classificazione dei solidi, distinguendo i solidi di rotazione da quelli le cui facce sono tutte dei poligoni. Tra questi ultimi poi si sono differenziati i solidi ad anelli, dotati di cerniere flessibili e quindi tali da poter essere continuamente rigirati attraverso il proprio centro, ed i solidi stellati. Escluse queste due categorie, ci si è accordati di fissare l'attenzione sui rimanenti solidi e di chiamarli poliedri.

3. Riflessioni e descrizione guidata di alcuni poliedri



I ragazzi sono stati poi guidati, attraverso alcune domande via via poste dall'insegnante (a cui gli alunni rispondevano guardando i modellini di cartoncino e che, tra l'altro, hanno ben presto imparato ad anticipare), nella descrizione di quei solidi, tra quelli costruiti, che sono stati classificati come poliedri. A ciascuno di questi solidi è stato dato un nome (per la maggior parte di essi è stato scelto il nome "ufficiale" con cui i matematici li indicano, per gli altri il nome è stato scelto dai ragazzi stessi): cubo, tetraedro, dodecaedro, ottaedro, icosaedro, geode (o pallone da calcio), cubottaedro e UFO. Per ciascuno di questi poliedri i ragazzi hanno disegnato sul quaderno uno schizzo dello sviluppo piano e trascritto l'elenco delle caratteristiche ritenute interessanti, comprendente:

- il numero e la forma delle facce;
- il numero degli spigoli;
- il numero dei vertici;
- il numero dei vertici e delle facce (eventualmente) concorrenti in ogni vertice;
- osservazioni sull'uguaglianza o la disuguaglianza degli angoli diedri;
- osservazioni sull'uguaglianza o la disuguaglianza degli angoli solidi;
- il calcolo dell'area (solo per il cubo, il dodecaedro, l'ottaedro e l'icosaedro);
- il calcolo del volume (solo per il cubo).

4. "Abracadabra": il tetraedro e il cubo

«Un'idea geniale risolve spesso un grande problema,
ma nella soluzione di tutti i problemi
interviene un pizzico di genialità.
Può trattarsi di un problema modesto;
tuttavia se esso stuzzica la nostra curiosità ed eccita le nostre facoltà mentali
e, soprattutto, se si riesce a risolverlo da soli,
si scoprirà l'ansia della ricerca e la gioia della scoperta.
Simili esperienze fatte a tempo opportuno,
possono rappresentare un vero e proprio esercizio dello spirito
e lasciare un'impronta nell'animo e nel carattere per tutta la vita.»⁶

Presa ormai un po' di confidenza con i poliedri e i loro nomi, si sono voluti proporre ai ragazzi alcuni problemi, il più possibile sotto forma di sfida, di gioco divertente, di enigma da svelare più che di esercizio da risolvere. Uno di questi problemi, facilmente interpretabile come gioco di magia, consiste nel reinserire un tetraedro in un cubo dopo che l'insegnante l'ha estratto da esso (ovviamente l'insegnante deve aver cura di non far sorgere il dubbio che ci sia un trucco, senza per questo far vedere agli alunni l'esatta posizione del tetraedro nel cubo, prima dell'estrazione).

Il segreto sta nel fatto che gli spigoli del tetraedro in questione sono lunghi come la diagonale di ciascuna delle facce del cubo utilizzato come contenitore; il reinserimento può avvenire solo posizionando ogni spigolo sulla diagonale di una faccia.

Un primo scopo di questa attività (al di là dell'alto livello di motivazione e di attenzione creato dall'idea dell'insegnante che si trasforma in un prestigiatore) è quello di far toccare con mano ai ragazzi l'interno di un solido; inserendone uno dentro l'altro essi sono costretti a pensare in tre dimensioni e non semplicemente ad accostare figure bidimensionali singolarmente considerate.

Un secondo scopo, che è stato perseguito con fatica ma con successo, è quello di determinare la formula generale per il calcolo del volume di un tetraedro. Infatti, sia l la lunghezza dello spigolo del cubo e d quella dello spigolo del tetraedro. Poiché quest'ultimo è uguale alla diagonale delle facce del cubo, con il teorema di Pitagora è facile verificare che $d = l \cdot \sqrt{2}$.

⁶ George Polya, *How to solve it*. Traduzione italiana di Maria Spoglianti: *Come risolvere i problemi di matematica. Logica ed euristica nel modo matematico*, Milano, Feltrinelli, 1976², pag. 7

Osservando il cubo "aperto" con inserito il tetraedro, i ragazzi si sono accorti che rimangono vuoti, all'interno del cubo, quattro spicchi (a forma di piramide) tutti tra loro uguali. Chiaramente, il volume del tetraedro è allora dato dal volume del cubo privato dal volume dei quattro spicchi, ovvero dal quadruplo del volume di uno spicchio. Rimane allora da trovare questo volume. L'idea (sorta ad una degli alunni) è stata quella di riempire l'intero cubo di un certo materiale (alla fine ci si è accordati per il sale fino) e misurarne il peso; svuotato il cubo e inserito il tetraedro si riempie dello stesso materiale un solo spicchio e si pesa nuovamente. Il rapporto tra il volume dello spicchio e quello del cubo è lo stesso rapporto sussistente tra il peso del sale contenuto nel solo spicchio e il peso di quello contenuto nell'intero cubo. Fatte queste misure a casa, i ragazzi hanno constatato che il volume di uno spicchio è la sesta parte di quello del cubo e quindi:

$$V_{tetraedro} = V_{cubo} - 4 \cdot V_{spicchio} = V_{cubo} - 4 \cdot \frac{1}{6} V_{cubo} = \frac{1}{3} V_{cubo} = \frac{1}{3} l^3 = \frac{1}{3} \left(\frac{d}{\sqrt{2}} \right)^3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{d^3}{2\sqrt{2}} = \frac{d^3}{6\sqrt{2}}$$

5. Verifica

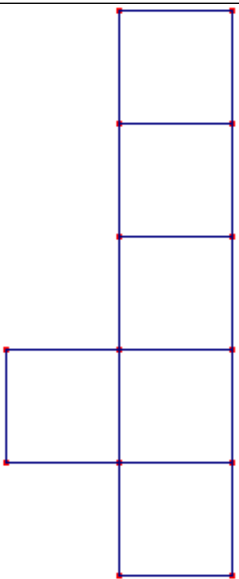
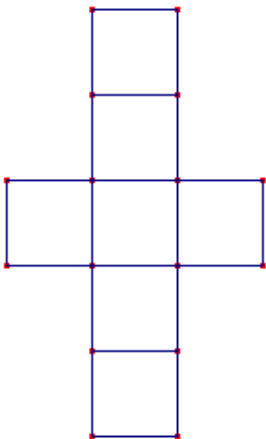
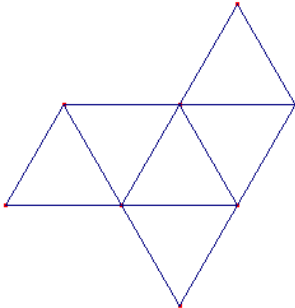
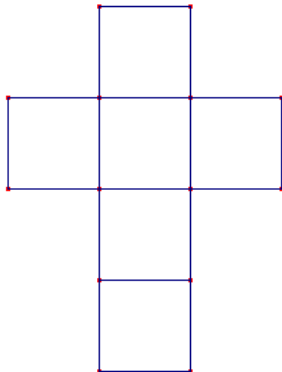
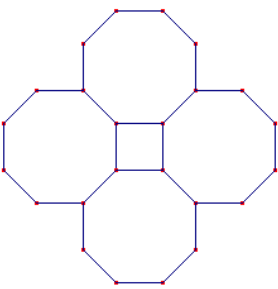
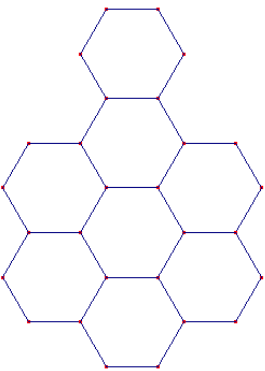
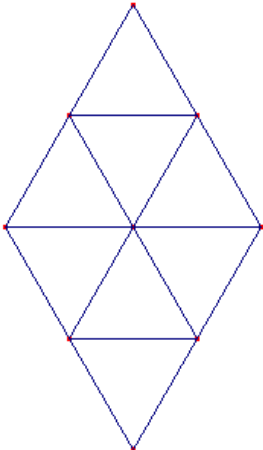
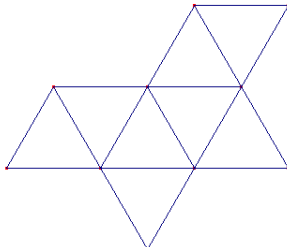
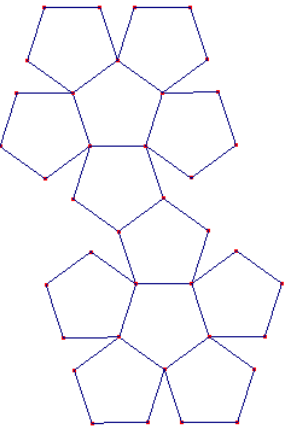
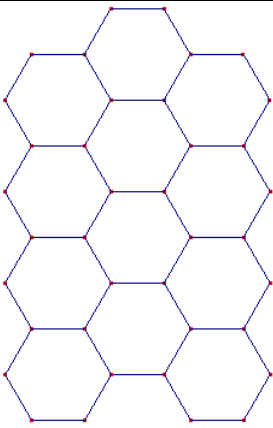
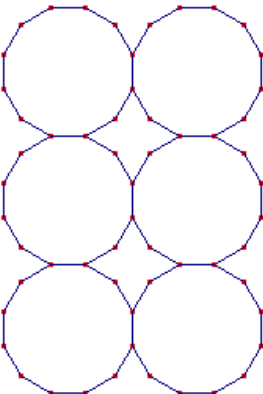
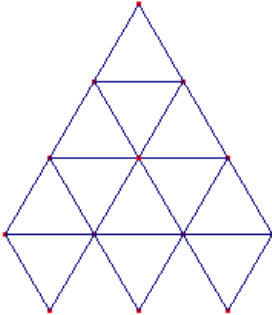
Esercizio 1

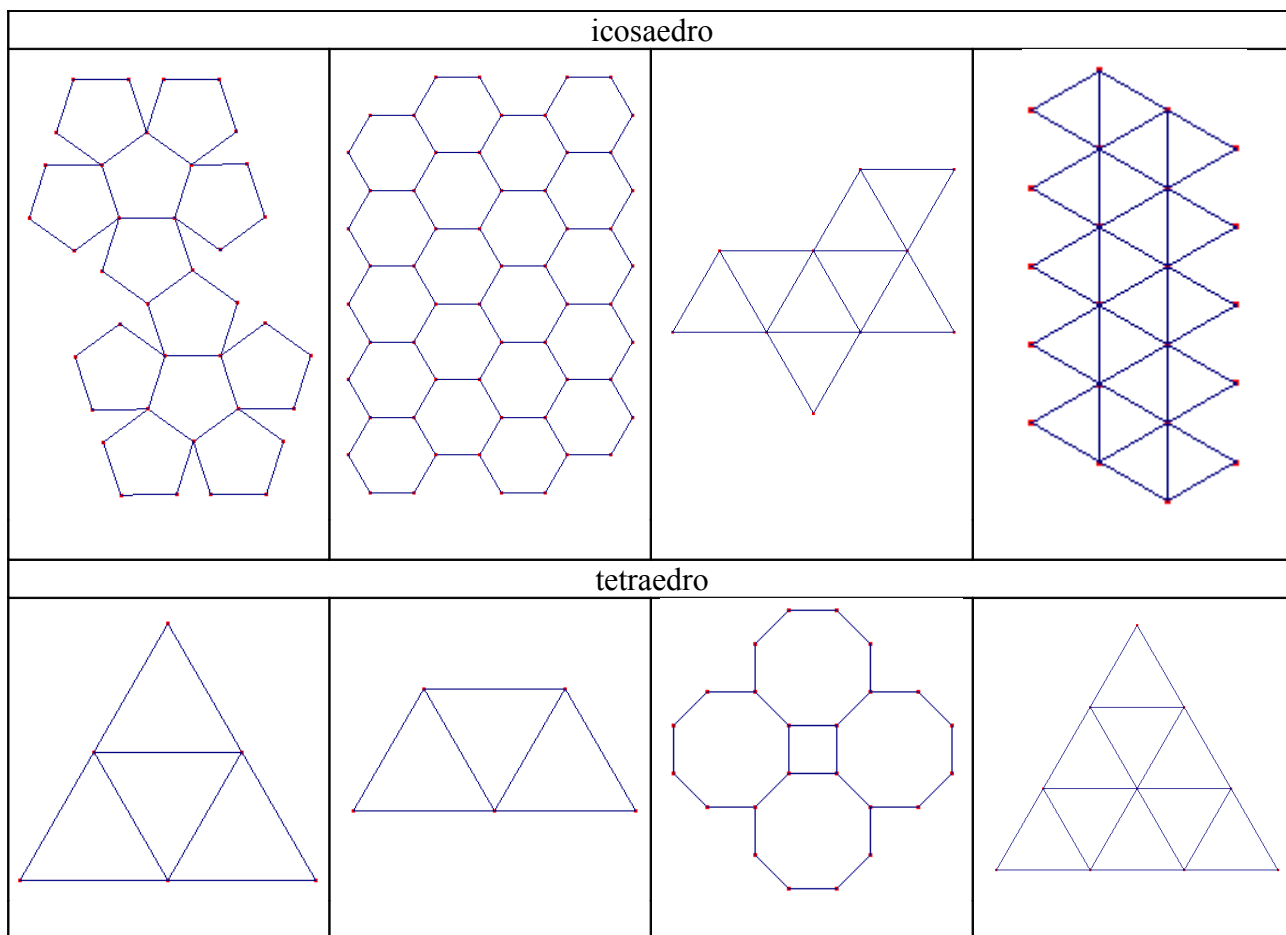
Compila la seguente tabella:

nome	icosaedro	dodecaedro	ottaedro	tetraedro	cubo
n° facce					
n° spigoli					
n° vertici					
n° spigoli concorrenti in un vertice					
n° facce concorrenti in un vertice					
lunghezza dello spigolo	l	l	l	l	l
lunghezza apotema di una faccia		a			
area della superficie					
volume					

Esercizio 2

Scegli, tra le seguenti figure, quelle che, eventualmente, rappresentano lo sviluppo piano della superficie del solido volta per volta indicato.

cubo			
			
ottaedro			
			
dodecaedro			
			

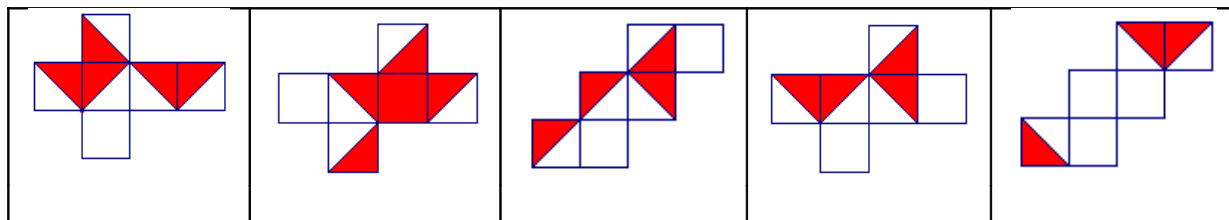


Esercizio 3

Su un foglio di protocollo descrivi il procedimento che abbiamo seguito per stabilire quanto vale il volume di un tetraedro in relazione alla lunghezza del suo spigolo, eventualmente aiutandoti con grafici, disegni, tabelle, ecc. Che risultato abbiamo raggiunto? Prova a giustificarlo in modo preciso.

Esercizio 4

A partire da uno di questi sviluppi bicolore si può fabbricare un cubo in modo che i colori siano gli stessi da una parte e dall'altra di ciascuno degli spigoli. Qual è? (Segna con una crocetta lo sviluppo da te scelto.)



Esercizio 5

Ti sono stati consegnati sei stuzzicadenti. Prova a disporli in modo tale da riuscire a formare con essi quattro triangoli tutti tra loro uguali. Attenzione: solo le punte degli stuzzicadenti possono toccarsi.

Quando ritieni di aver risolto il problema, descrivi la configurazione da te ottenuta sul foglio di protocollo (se lo ritieni utile, puoi utilizzare un disegno).

Esercizio 6

Osserva la tabella dell'esercizio 1. Riesci a trovare una relazione costante (cioè valida per ciascuno di essi) che lega il n° delle facce di uno di questi solidi con il n° dei suoi vertici e il n° dei suoi spigoli? Se sì, quale relazione hai trovato? Rispondi a queste domande, giustificando le tue affermazioni, sul foglio di protocollo.

Esercizio 7

Sul foglio di protocollo rispondi alle seguenti domande:

5.1. Qual è stata la difficoltà più grossa che hai incontrato in questa verifica?

5.2. Da che cosa pensi che essa sia stata causata?

5.3. Nella scala da "gravemente insufficiente" a "ottimo", che giudizio attribuiresti al lavoro da te svolto in questa verifica?

Gli esercizi qui sopra riportati sono stati assegnati, in realtà, in due verifiche distinte, fatte in giornate diverse. Non vogliamo qui approfondire le scelte fatte in termini di tempi, criteri di correzione e di valutazione, assegnazione del punteggio, eccetera. Ci limitiamo ad una semplice descrizione degli esercizi assegnati e delle abilità richieste per risolverli.

Il primo esercizio (per affrontare il quale i ragazzi avevano a disposizione i solidi da loro stessi costruiti) richiedeva di saper associare a memoria il nome di un solido al modello esatto e poi di ricostruire le caratteristiche già analizzate in classe.

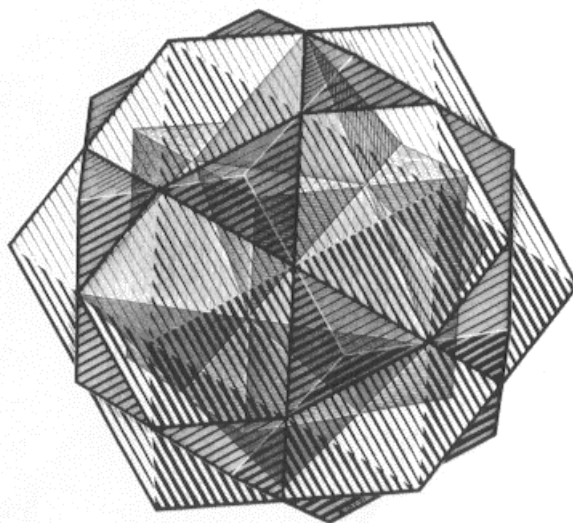
Il secondo esercizio supponeva che i ragazzi sapessero riconoscere lo sviluppo piano di cinque solidi; esso richiedeva una buona immaginazione spaziale e un discreto grado di rielaborazione da parte degli studenti in quanto la risposta esatta non era sempre presente ed inoltre, quando c'era, non sempre si trattava di uno sviluppo esattamente sovrapponibile a quello disegnato in classe.

Il quarto esercizio si proponeva di verificare quanto i ragazzi avessero colto il procedimento utilizzato, in seguito al gioco di prestigio, per calcolare il volume di un tetraedro.

Gli esercizi 4, 5 e 6 richiedevano una buona capacità di comprensione del testo, una certa dose di autonomia e una discreta "fantasia" matematica (geometrico-spaziale nel caso degli esercizi 4 e 5 e numerico-algebrica nel caso dell'esercizio 6). È stata una soddisfazione (che mi permetto di attribuire anche alla metodologia utilizzata nel corso delle lezioni) vedere che molti ragazzi hanno affrontato con successo gli esercizi 5 e 6; maggiori difficoltà, invece, hanno riscontrato nell'esercizio 4.

L'ultimo esercizio, costantemente presente nelle verifiche da me proposte durante tutto l'anno, era un tentativo di aiutare i ragazzi nell'autovalutazione del proprio lavoro e nella comprensione delle proprie difficoltà ed eventualmente dei limiti delle strategie cognitive da essi messe in atto.

6. I poliedri regolari



Solo a questo punto è stata introdotta la definizione di poliedro regolare, come un solido che ha per facce dei poligoni regolari tutti uguali tra loro e che ha tutti gli angoli solidi uguali tra loro. Ai ragazzi è stato chiesto allora di andare a scegliere tra i poliedri sino ad allora costruiti quelli che rientravano in tale definizione e senza troppe difficoltà si è riconosciuto che tetraedro, cubo, dodecaedro, ottaedro ed icosaedro sono poliedri regolari. Spontaneamente, ad un alunno, è sorta una domanda: esistono altri poliedri regolari? La maggior parte degli alunni erano propensi a sostenere (senza peraltro motivare la cosa) che ve ne potessero essere molti altri. Pochi sostenevano il contrario, anch'essi senza avere alcuna idea su come giustificare la propria posizione. Insieme ai ragazzi si è dunque compilata la seguente tabella:

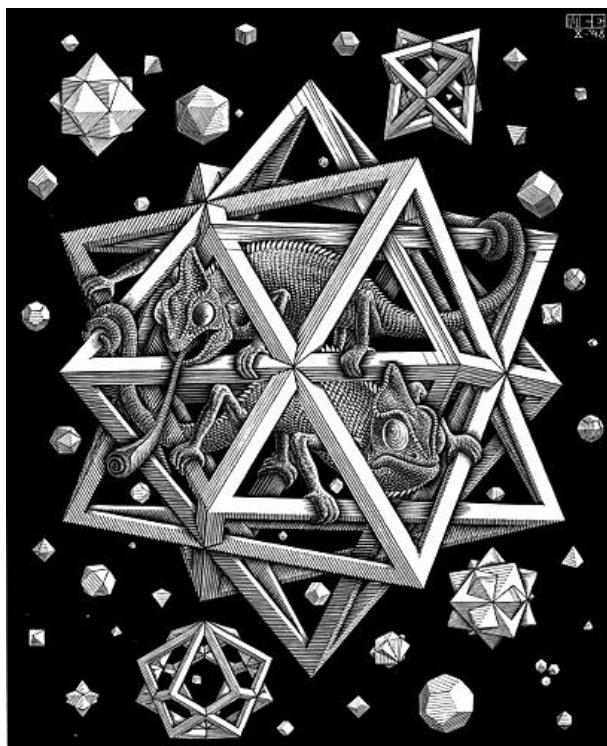
	1 angolo	3 angoli su 3 facce	4 angoli su 4 facce	5 angoli su 5 facce	6 angoli su 6 facce	...
triangolo equilatero	60°	180°	240°	300°	360°	...
quadrato	90°	270°	360°	450°	540°	...
pentagono regolare	108°	324°	432°	540°	648°	...
esagono regolare	120°	360°	480°	600°	720°	...
...	...	...	...	...	...	...

Ai ragazzi stato chiesto, a casa, di ritrovare in questa tabella le situazioni relative ai cinque poliedri regolari noti (compito che la maggior parte è riuscita a svolgere) e di stabilire se ve ne fossero altre possibili o meno. A questa domanda solo un'alunna è riuscita a dare risposta autonomamente. Nella lezione successiva, dopo aver ripreso l'argomento si è innanzitutto

osservato che in ciascun vertice di un poliedro devono concorrere almeno 3 facce. Inoltre la somma degli angoli delle facce di un poliedro che concorrono nello stesso vertice deve essere minore di 360° , altrimenti non si può formare un angolo solido. Dalla tabella si ricava che, se si considerano poliedri le cui facce sono tutte poligoni regolari uguali, sono solo 5 i casi in cui queste situazioni si verificano e precisamente quando si hanno:

- tre facce triangolari concorrenti in ciascun vertice (ed è il caso del tetraedro);
- quattro facce triangolari concorrenti in ciascun vertice (ed è il caso dell'ottaedro);
- cinque facce triangolari concorrenti in ciascun vertice (ed è il caso dell'icosaedro);
- tre facce quadrate concorrenti in ciascun vertice (ed è il caso del cubo);
- tre facce pentagonali concorrenti in ciascun vertice (ed è il caso del dodecaedro).

7. Quanti colori per colorare un poliedro?



Un altro compito affidato ai ragazzi è stato quello di costruire (a partire dallo sviluppo piano consegnato dall'insegnante) i cinque poliedri regolari e di colorare ciascuno di essi rispettando contemporaneamente tutte le seguenti regole:

- ciascuna faccia deve essere colorata di un unico colore;
- due facce adiacenti (cioè concorrenti in uno stesso spigolo) devono essere colorate con due colori diversi;
- per ciascun poliedro è necessario usare il minimo numero di colori possibile.

Il compito è stato svolto, con un certo entusiasmo, dalla maggior parte degli alunni; non tutti, però, hanno utilizzato realmente il minimo numero di colori. Confrontando i risultati ottenuti si è compilata la seguente tabella:

POLIEDRO REGOLARE	MINIMO NUMERO DI COLORI
tetraedro	4
cubo	3
ottaedro	2
dodecaedro	4
icosaedro	3

8. La diagonale del cubo



L'ultima attività proposta all'interno di questo modulo è stata la costruzione di un cubo utilizzando delle cannuce di plastica colorata e del filo elastico. È stata inoltre definita la diagonale di un cubo come un segmento congiungente due vertici del cubo e che non giace su alcuna faccia del cubo stesso ed è stato chiesto ai ragazzi di utilizzare delle cannuce per costruire le diagonali del loro cubo. Quando ciascun ragazzo ha avuto in mano il proprio modellino di cubo dotato di diagonali, è stato chiesto loro di pensare a delle domande che li incuriosivano a proposito di ciò che avevano di fronte. Questo è l'elenco delle questioni emerse:

- le quattro diagonali passano tutte per uno stesso punto?
- le quattro diagonali sono tutte tra loro uguali?
- quanto misurano le diagonali? che rapporto c'è tra le diagonali e lo spigolo del cubo?
- che solidi si formano all'interno del cubo?
- qual è il volume di ciascuno di questi solidi? qual è la loro altezza?
- le facce di questi solidi sono tutte tra loro uguali?

A queste domande i ragazzi sono stati invitati a rispondere a casa. L'unica che ha richiesto il diretto intervento dell'insegnante è stata quella relativa al rapporto tra diagonale e spigolo del cubo. Sfruttando due volte il teorema di Pitagora (applicato a triangoli che, nel modellino fatto con le cannuce, i ragazzi riconoscevano immediatamente essere rettangoli) si è ottenuto che tale rapporto è pari a $\sqrt{3}$.